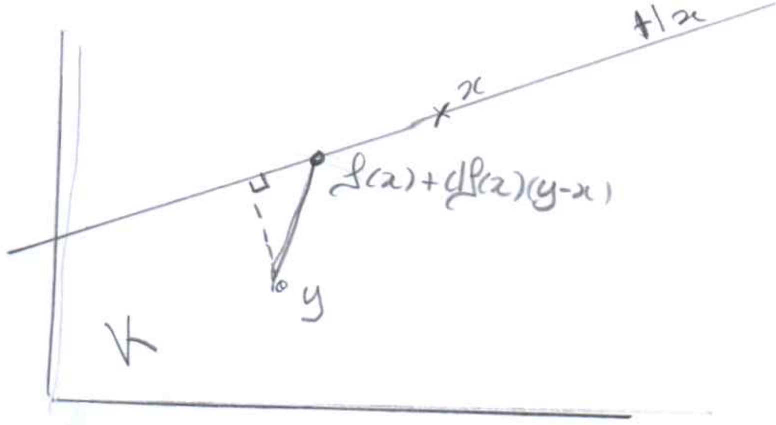
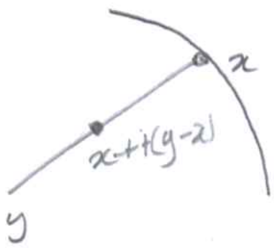
14 Théorème de Sard

a) C'est l'uniforme continuité de df continue sur le compact K.

b) soit $y \in K$

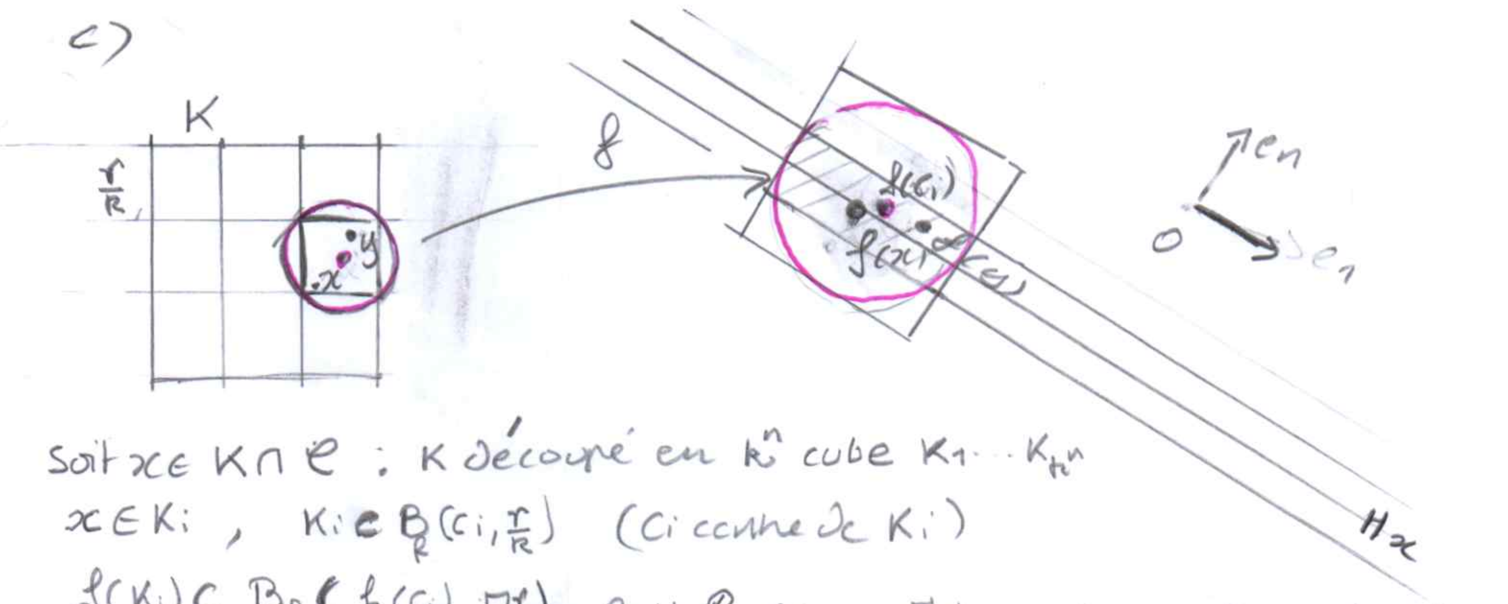


$$f(y) - \underbrace{\left(f(x)+df(x)(y-x)\right)}_{\in H_x} = \int_0^1 \left(df(x+t(y-x)) - df(x)\right)(y-x)\,dt$$



D'où le résultat...

c)



soit $x \in K \cap \mathcal{C}$: K découpé en k^n cube $K_1 \dots K_{k^n}$

$x \in K_i$, $K_i \subset B(c_i, \frac{r}{k})$ (c_i centre de K_i)

$f(K_i) \subset B_f\left(f(c_i), \frac{Mr}{k}\right)$ Soit $\mathcal{B} = (e_1 \dots e_n)$ une base orthonormée telle que e_n soit normal à H_x.

$$f(K_i) \subset \left\{ z \in \mathbb{R}^n \ |z_1 - f(c)_1| \leq \frac{Mr}{k}, \dots, |z_{n-1} - f(c)_{n-1}| \leq \frac{Mr}{k}, |z_n - f(x)_n| \leq \Lambda \right\},$$

où $\Lambda = \lambda(2\frac{r}{k})\, 2\frac{r}{k}$.

$$|f(K_i)| \leq \left(\frac{Mr}{k}\right)^{n-1} \times \frac{2r}{k} \times \lambda\left(2\frac{r}{k}\right) = 2M^{n-1} \times \frac{1}{k^n} \times \lambda\left(\frac{2r}{k}\right)$$

$$|f(K \cap C)| \leq 2M^{n-1} \times \lambda\left(\frac{2r}{k}\right) \quad \text{et} \quad \lambda\left(\frac{2r}{k}\right) \xrightarrow[k]{} 0 \ !$$