

3. Spectromètre de masse. MT

1. Conservation de l'énergie mécanique de l'ion (charge électrique $2e$)

$$E_{\text{m}} = 0 + 2e V(s) = \frac{1}{2} m v_0^2 + 2e V(0) \quad \text{avec } U = V(s) - V(0)$$

donc
$$v_0 = \sqrt{\frac{4eU}{m}} \quad \text{On suppose que la vitesse de l'ion est négligeable en 0}$$

2. L'ion est dévié par $\vec{B}$: trajectoire circulaire. On se place dans le repère $(Oxyz)$ et on applique le PFD :

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = 2e \vec{v} \wedge \vec{B} = 2eB (\dot{x} \vec{e}_x + \dot{y} \vec{e}_y + \dot{z} \vec{e}_z) \wedge \vec{e}_z$$

donc
$$\begin{cases} \ddot{x} = \frac{2eB}{m} \dot{y} & (1) \\ \ddot{y} = -\frac{2eB}{m} \dot{x} & (2) \\ \ddot{z} = 0 & (3) \end{cases} \xrightarrow[\text{avec CI}]{\text{on intègre}} \begin{cases} \dot{x} = \frac{2eB}{m} y & (4) \\ \dot{y} = -\frac{2eB}{m} x + v_0 & (5) \\ \dot{z} = 0 & (6) \end{cases}$$

(6) donne : $\forall t, \dot{z}(t) = 0$: le mouvement reste plan, dans (Oxy) .
Par substitution de (4) dans (2) il vient :

$$\ddot{y} + \left(\frac{2eB}{m}\right)^2 y = 0. \quad \text{En posant } \omega = \frac{2eB}{m} \quad (\text{période cyclotron})$$

on a :

$$y(t) = \lambda \cos(\omega t) + \mu \sin(\omega t) \quad \text{avec } \begin{cases} \lambda = y(0) = 0 \\ \omega \mu = \dot{y}(0) = v_0 \end{cases}$$

$$y(t) = \frac{v_0}{\omega} \sin(\omega t)$$

constante

On substitue dans (4) : $\dot{x} = \omega y = v_0 \sin(\omega t) \Rightarrow x(t) = -\frac{v_0}{\omega} \cos(\omega t) + C$
 $x(0) = -\frac{v_0}{\omega} + C = 0$ donc $C = \frac{v_0}{\omega}$ et :

$$x(t) = \frac{v_0}{\omega} (1 - \cos(\omega t))$$

L'ion impacte la cible lorsque $y(t_c) = 0$ (impact à t_c) donc $\omega t_c = \pi$
donc $x(t_c) = \frac{2v_0}{\omega} = \frac{m v_0}{eB}$. On en déduit :

$$x(t_c) = \frac{1}{eB} \sqrt{4eUm} = \frac{2}{B} \sqrt{\frac{mU}{e}}$$

donc
$$A_1 A_2 = \frac{2}{B} \sqrt{\frac{U}{e}} (\sqrt{m_2} - \sqrt{m_1})$$

avec $m_2 = \frac{202 \cdot 10^{-3}}{N_A} \text{ kg/mol}$ or $m_1 = \frac{200 \cdot 10^{-3}}{N_A}$
constante Avogadro