1 Filtrage. MT

On dispose d'un filtre de fonction de transfert :

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{H_0}{1 + jQ\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)}$$

avec $Q = 8$ et $f_0 = 200$ Hz.

On lui applique une tension d'entrée périodique $e(t)$ de période T_s, dont la représentation sur l'intervalle de temps $[0, T_s]$ est :

$$e(t) = \begin{cases} 2E_0 t/T_s & \text{si} \quad t \in [0, T_s/2] \\ 2E_0(T_s - t)/T_s & \text{si} \quad t \in [T_s/2, T_s] \end{cases}$$

Sa décomposition en série de Fourier est donnée ci-dessous :

$$e(t) = \frac{E_0}{2} + \frac{8E_0}{\pi^2} \sum_{p=0}^{+\infty} \frac{\cos[\,(2p+1)\omega_s t\,]}{(2p+1)^2}$$

1. Représenter l'allure du signal $e(t)$. Représenter son spectre en amplitude.

2. Quelle est la valeur moyenne de $e(t)$? Quelle est sa valeur efficace E_{eff} ?

3. Déterminer la nature du filtre. Justifier. Quel est le signal de sortie $s(t)$ quand $f_s = f_0$?

4. Représenter le signal de sortie $s(t)$ lorsque $f_s = 20$ Hz. Quelle est sa valeur moyenne ? Sa valeur efficace ?

2 Diffusion thermique et courant électrique. MT

On considère un fil cylindrique, de rayon a, de longueur L, de conductivité thermique λ et électrique γ. Il est parcouru par un courant d'intensité I constante. Ses deux extrémités sont maintenues à la température T_0 par contact avec des thermostats : $T(0) = T(L) = T_0$. Le long du fil, on néglige tout échange de chaleur avec l'extérieur.

On se place en régime stationnaire.

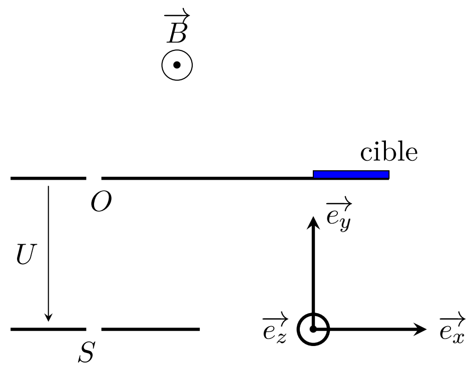
1. Déterminer l'expression de la température $T(x)$ dans le fil, en fonction de x (abscisse le long du fil).
2. Quelle est la valeur maximale atteinte par la température ? Où cela se situe-il ?

3 Spectromètre de masse. MT

On s'intéresse à un spectromètre de masse, utilisé pour séparer des isotopes (voir schéma ci-dessous). Une source émettant des ions mercure ${}^{200}_{80}\mathrm{Hg}^{2+}$ et ${}^{202}_{80}\mathrm{Hg}^{2+}$ est placée en S.

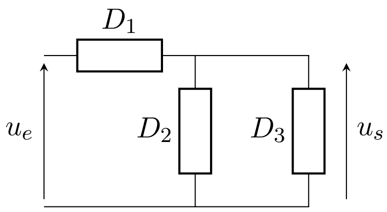
Les ions traversent ensuite la chambre d'accélération soumise à une tension U et en ressortent en O. Ils entrent alors dans la chambre de déviation où règne un champ magnétique $\vec{B} = B\,\vec{e_z}$ uniforme.

1. Quelle est la vitesse acquise par les isotopes en O ?
2. Que se passe-t-il ensuite ? Déterminer la distance A_1A_2 séparant les points d'impact des isotopes ${}^{200}_{80}\mathrm{Hg}^{2+}$ (A_1) et ${}^{202}_{80}\mathrm{Hg}^{2+}$ (A_2) sur la cible.



4 Électrocinétique. MT

On considère le circuit ci-dessous constitué d'une résistance R, d'une bobine d'inductance L et d'un condensateur de capacité C. Ce filtre est un passe-bande de fréquence de résonance $f_0 = 6$ kHz.



1. Déterminer les dipôles D_1, D_2 et D_3.
2. Déterminer la fonction de transfert de ce filtre.
3. En déduire la valeur de 1/LC.

   On applique une tension constante de 5V ; il y a alors un courant de 50 mA qui traverse le circuit, on se place en régime permanent.
4. En déduire la valeur de R.

5 Physique statistique. MT

On considère N particules ($N \gg 1$) qui occupent les états d'énergie $E_1 = e$, $E_2 = 0$ et $E_3 = -e$. Les N particules sont indépendantes. Le système est en contact avec un thermostat à la température T.

1. Exprimer N_1, le nombre moyen de particules dans l'état E_1, en fonction de e, k_B, N et T. Faire de même pour N_2 et N_3.
2. Quelle est l'énergie interne du système ?
3. Quelle est la capacité thermique C_v à volume constant ?

6 Oscillateur harmonique quantique. MT

1. Citer des exemples dans le cas classique de dispositifs qui peuvent être assimilés à un oscillateur harmonique.
2. On considère une particule de masse m et d'énergie potentielle $V(x) = \frac{1}{2}m\omega^2x^2$. On étudie un état stationnaire d'énergie E, tel que la fonction d'onde spatiale s'écrive : $\varphi(x) = A\, e^{-\alpha x^2}$.

   Déterminer α ainsi que l'expression de E en fonction de $\hbar$ et ω.
3. Déterminer A. On donne :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-u^2}\,\mathrm{d}u = \sqrt{\pi}$$